Comment modéliser mathématiquement les votes des Mii dans un sondage de la Wii Chaîne Votes, et quelles probabilités peut-on associer à leurs choix entre deux réponses ?

Introduction

Sur la console Wii, les joueurs pouvaient répondre à des sondages dans la Wii ***Chaîne Votes***. À chaque question, ils devaient choisir entre deux propositions. Derrière ce jeu, on retrouve un modèle parfait pour illustrer les probabilités étudiées au lycée. Probabilité : mesure de la chance qu'un événement se produise. Sondage : processus de récolte d'avis auprès d'une population. Probabilités conditionnelles : probabilité d'un événement sachant qu'un autre s'est produit. Inégalités de concentration : outils pour encadrer la probabilité que la proportion de votes s'écarte trop de la moyenne attendue. Comment peut-on modéliser et calculer la probabilité des votes dans un sondage à deux choix comme dans la Wii ***Chaîne Votes***, en utilisant les outils des probabilités du lycée ? On modélisera le vote d'un Mii par un arbre de probabilité et des événements conditionnels. On calculera des probabilités totales et évoquera les événements indépendants. On montrera comment encadrer la variabilité des résultats avec l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev et les inégalités de concentration.

Développement

I. Modéliser le vote par un arbre de probabilité et des événements conditionnels ?

- Un Mii choisit entre deux réponses : on attribue une probabilité p pour choisir la réponse 1 et 1–p pour la réponse 2. Si le sondage porte sur un sujet neutre (ex : « préférez-vous le chocolat ou la vanille ? »), on pourrait supposer p = 0,5 (modèle d'équiprobabilité). Si on a des informations extérieures (par exemple : région, âge des joueurs) → probabilité conditionnelle : la probabilité dépend de ces critères. On peut représenter cela par un arbre de probabilité, avec des branches selon les groupes de joueurs puis leur choix.

II. Probabilités totales et indépendance des votes.

- Probabilité totale : si on connaît la répartition des joueurs (ex : 70% jeunes, 30% adultes), on combine les probabilités conditionnelles :

P(vote chocolat) = P(vote chocolat | jeune)P(jeune) + P(vote chocolat | adulte)P(adulte)

- Hypothèse d’indépendance : on suppose que les votes des Miis sont indépendants les uns des autres → modèle binomial pour le nombre de votes d’une réponse.

III. Encadrer les résultats avec des inégalités (≈ 2-3 min)

- Si beaucoup de Miis votent, on s’attend à ce que la proportion de votes se rapproche de la moyenne attendue (loi des grands nombres).
- Mais on peut aller plus loin :
    - **Bienaymé-Tchebychev** : elle permet d’encadrer la probabilité que la

$$P\left(\left|\frac{X}{n} - p\right| \geq \epsilon\right) \leq \frac{p(1-p)}{n\epsilon^2}$$

proportion de votes s’écarte trop de la moyenne :

où X est le nombre de votes pour une réponse et n le nombre de votants.

- **Inégalités de concentration** : elles permettent des bornes plus précises pour les grandes populations (par exemple, inégalité de Hoeffding ou de Bernstein).

Conclusion.

La Wii ***<u>Chaîne Votes</u>*** offre un cadre ludique qui peut être modélisé par des outils de probabilité : arbre, probabilité conditionnelle, indépendance, loi des grands nombres. Les inégalités comme celle de Bienaymé-Tchebychev permettent d’encadrer la variabilité des résultats. On pourrait prolonger cette réflexion en étudiant des cas réels où les votes ne sont pas indépendants : influence sociale, stratégie de vote, ou même manipulation des résultats.